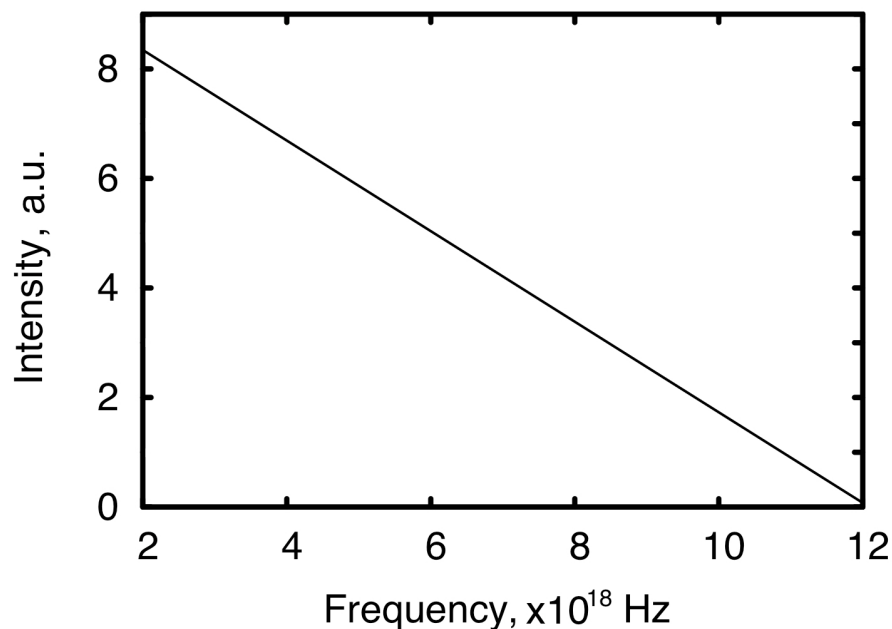


Bildgebende Verfahren in der Medizin I

02.03.2007

1. a) Skizzieren Sie ein typisches Spektrum der Bremsstrahlung $J_f(f)$ als Funktion der Frequenz für $U_A = 50 \text{ kV}$, berechnen Sie die größtmögliche Strahlungsfrequenz $f_{\max}$ (Elektronenladung: $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$, Plancksches Wirkungsquantum: $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$). (4 Punkte)
- b) Erklären Sie die Form des Spektrums. (2 Punkte)
- c) Wie sieht im Vergleich dazu das Spektrum einer diagnostischen Röntgenröhre aus? (2 Punkte)

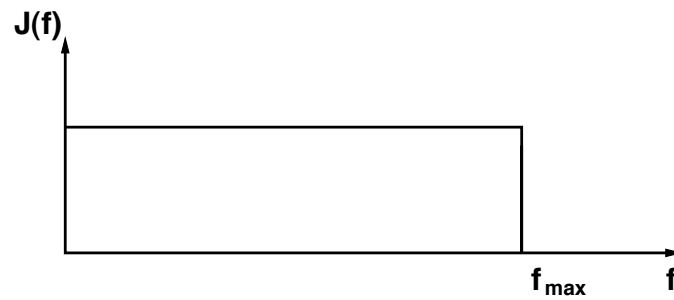
a) Ein typisches Spektrum der Bremsstrahlung $J_f(f)$ für $U_A = 50 \text{ kV}$:



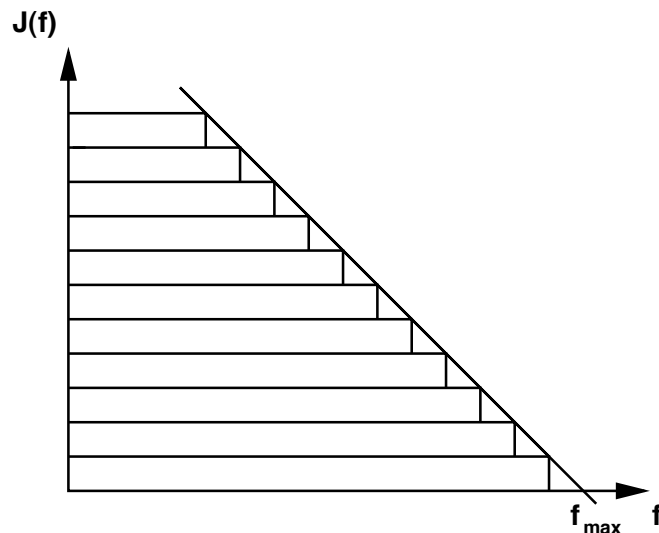
Die maximale Strahlungsfrequenz beträgt dabei:

$$f_{\max} = \frac{e \cdot U_A}{h} = 1,209 \times 10^{19} \text{ Hz}$$

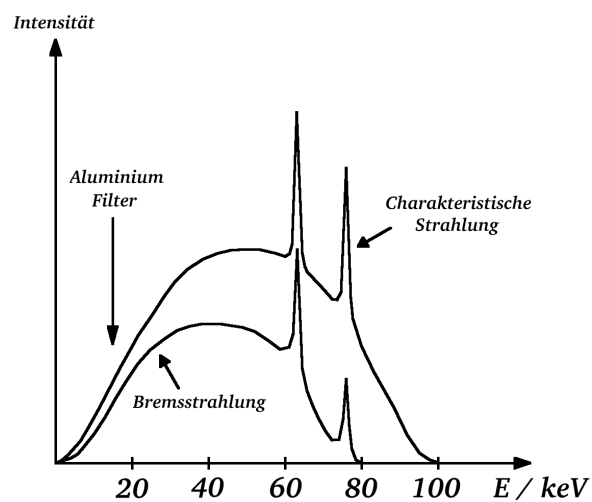
b) Die Bremsstrahlung entsteht dadurch, dass die Elektronen im Anodenmaterial abgebremst werden. Bei einem Wechselwirkungsprozess mit Atomen des Anodenmaterials ist jeder Energieverlust für das auftreffende Elektron gleich wahrscheinlich. So entsteht folgendes Spektrum:



Nach mehreren Wechselwirkungen werden die entsprechenden Spektren aufsummiert:



c) Das Spektrum einer diagnostischen Röntgenröhre:



Die niedrigen Frequenzen werden durch einen Aluminiumfilter absorbiert. Sonst würde diese Strahlung vollständig im Körper des Patienten absorbiert und die allgemeine Strahlenbelastung erhöhen ohne zum Bild beizutragen.

2. Die Wirkungsgrad der Röntgenröhre ist stark von der Auswahl des Anodenmaterials abhängig.

a) Nach welchen 3 Kriterien wird das Anodenmaterial ausgewählt? (3 Punkte)

b) Definieren Sie ein Qualitätsmaß für das Anodenmaterial. (2 Punkte)

a) Die Kriterien zur Auswahl eines geeigneten Anodenmaterials sind:

- hohe Ordnungszahl Z ,
- hohe Schmelztemperatur $T_{\max}$,
- hohe Wärmeleitfähigkeit λ .

b) Das Qualitätsmaß für das Anodenmaterial wird aus den o.g. Größen gebildet:

$$\text{Qualitätsmaß}_F = Z \cdot T_{\max} \cdot \lambda.$$

Das Qualitätsmaß kann auch modifiziert werden:

$$\text{Qualitätsmaß}_D = Z \cdot T_{\max} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c},$$

hier sind ρ die Dichte und c die spezifische Wärme des Anodenmaterials.

3. Gegeben ist ein Raster mit einer Primärstrahltransparenz $T_p = 70\%$ und einer Selektivität von 14. Der Streustrahlungsanteil in der Bildebene würde ohne Raster 80% betragen.

a) Berechnen Sie die Streustrahltransparenz T_s des Rasters. (2 Punkte)

b) Welchen Kontrast würde das Bild ohne Raster haben? K_0 sei der Kontrast ohne Streustrahlung. (2 Punkte)

c) Welcher Kontrast kann mit dem Einsatz vom Raster erreicht werden? (3 Punkte)

a) Die Selektivität des Rasters wird definiert als:

$$\Sigma = \frac{T_p}{T_s},$$

hier sind T_p die Primärstrahltransparenz und T_s die Streustrahltransparenz des Rasters. Daher gilt

$$T_s = \frac{T_p}{\Sigma} = 0.7/14 = 0.05 = 5\%.$$

b) Der Kontrast ohne Raster ergibt sich zu

$$K_{S0} = K_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{J_s}{J_p}} = K_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{80\%}{20\%}} = K_0 \cdot 0.2.$$

c) Der Kontrast mit Raster ergibt sich zu

$$K_{SR} = K_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{T_s \cdot J_s}{T_p \cdot J_p}} = K_0 \cdot \frac{1}{1 + \frac{0.05 \cdot 80\%}{0.7 \cdot 20\%}} = K_0 \cdot 0.78.$$

4. Digitale Subtraktionsangiographie ist eine oft benutzte Methode in der Radiologie.

a) Beschreiben Sie diese Technik. Was wird dabei subtrahiert? (2 Punkte)

b) Was ist der Vorteil der digitalen Subtraktionsangiographie? (2 Punkte)

a) Bei der Subtraktionsangiographie (DSA) werden zwei Röntgenaufnahmen vom Körper gemacht, eine ohne und eine mit Kontrastmittel. Diese Bilder werden logarithmiert und voneinander subtrahiert.

b) DSA ermöglicht es, nur die Bereiche darzustellen, die von Kontrastmittel beeinflusst werden. Wenn man z. B. nur die Blutgefäße sehen will, kann unnötige Information z. B. von Knochen dabei stören.

5. Das Abtasttheorem schreibt vor, wie man ein Bild abtasten muss.

a) Erklären Sie, welche Vorgänge beim Abtasten des Bildes im Orts- und Frequenzraum stattfinden. (4 Punkte)

b) Wie wählt man die optimale Abtastfrequenz aus? (2 Punkte)

c) Zu welchen Problemen führt die Unterabtastung? (2 Punkte)

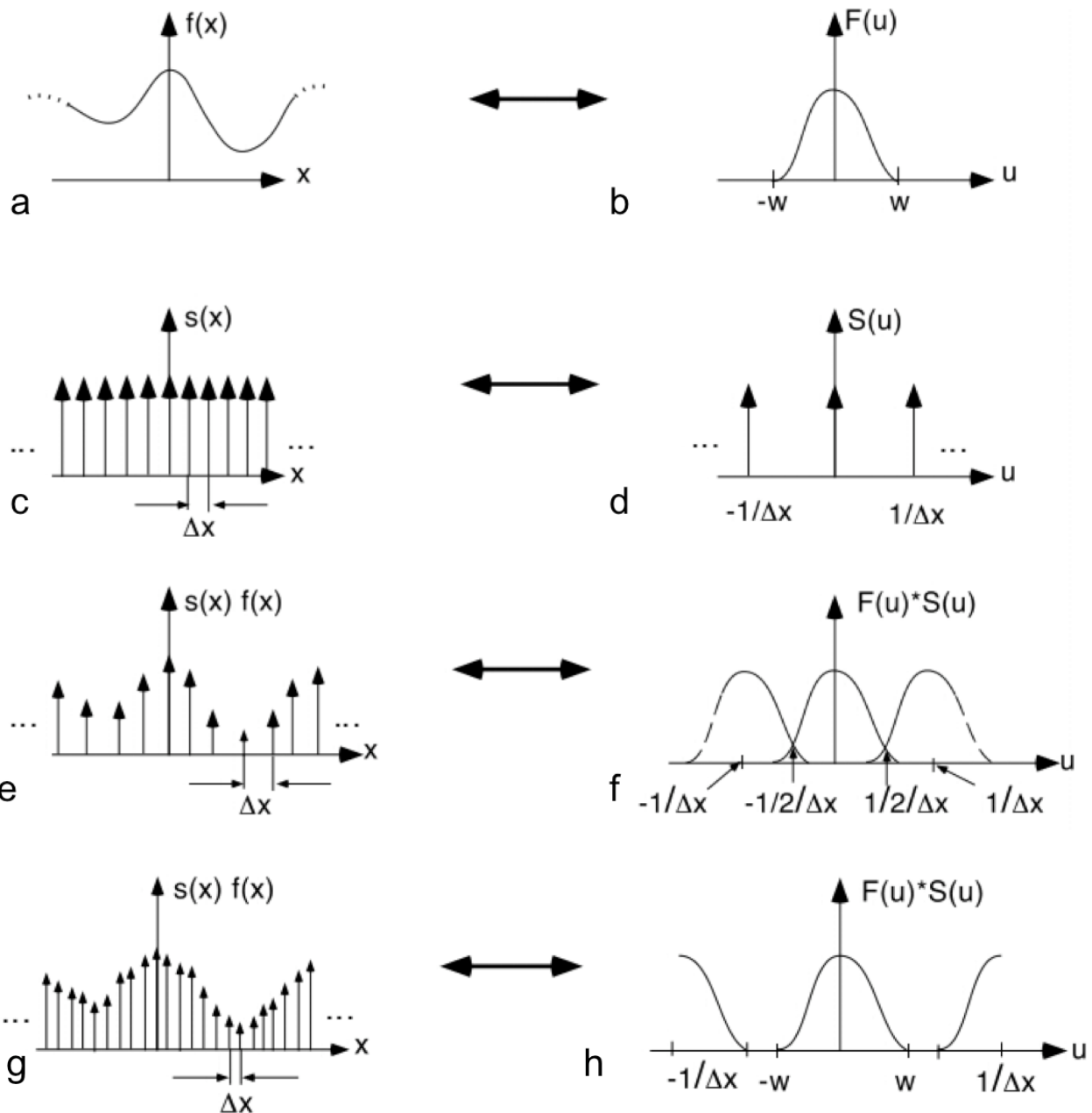
a) Gegeben sei eine analoge Originalfunktion $f(x)$ (siehe Bild a). Nehmen wir auch an, dass ihr Spektrum begrenzt ist ($F(u) = 0 \forall u, |u| > w$ (Bild b)). Die Kammfunktion $s(x)$ mit Nadeln der Länge 1 im Abstand Δx entspricht der Abtastung eines konstanten Signals (Bild c). Ihre Fouriertransformierte besteht aus einem Kamm mit Nadeln der Länge 1 bei den Frequenzen n ($1/\Delta x$) (Bild d). Der Multiplikation von $f(x)$ mit der Kammfunktion $s(x)$ (Bild e) entspricht die Faltung von $F(u)$ mit $S(u)$ im Frequenzraum (Bild f).

b, c) Wird Δx zu gross ausgewählt, kommt es im Frequenzraum zu Überschneidungen (Bild e, f). Das erzeugt Aliasing-Artefakte. Wird die Funktion $f(x)$ fein genug abgetastet (Bild g, h), können die Frequenzanteile von $F(u) \otimes S(u)$ getrennt werden. Dann kann die Funktion $f(x)$ ohne Informationsverlust zurückgewonnen werden.

Daraus wird ersichtlich, dass der größtmögliche Abtastabstand, bei dem die Funktion ohne Aliasing-Artefakte rekonstruiert werden kann,

$$\Delta x \leq \frac{1}{2w}$$

beträgt.



6. Gegeben sei ein Bild, das durch ein abbildendes System verändert wurde, sowie die Übertragungsfunktion des Systems.

a) Mit welchem Filter kann man das Ursprungsbild wiederherstellen? Geben Sie die Formel an. (4 Punkte)

b) Wie werden die Teile des Spektrums vom Filter behandelt, die durch das System völlig unterdrückt wurden? (2 Punkte)

a) Das Ursprungsbild kann mit dem Wiener-Filter rekonstruiert werden:

$$F'(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \cdot \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{NPS(u, v)}{SPS(u, v)}},$$

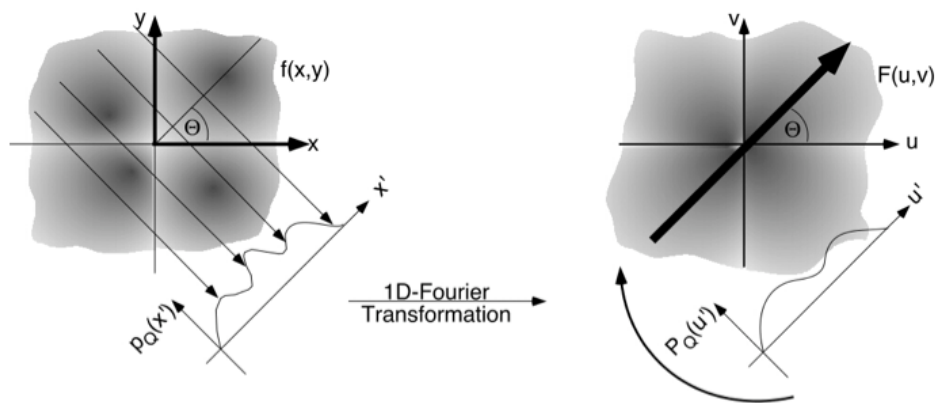
hier sind $F'(u,v)$ das Fouriertransformierte des Bildes, $G(u,v)$ die Übertragungsfunktion des Systems, $NPS(u,v)$ das Rauschleistungsspektrum und $SPS(u,v)$ das Signalleistungsspektrum.

b) In dem Frequenzbereich, wo die Übertragungsfunktion gegen Null geht, drückt der Wiener-Filter die Funktion $F'(u,v)$ auf Null.

7. Formulieren und beweisen Sie das Fourier-Scheiben-Theorem. (6 Punkte)

Das Fourier-Scheiben-Theorem:

Sei eine Funktion $f(x,y)$ gegeben und $F(u,v)$ deren 2D-Fouriertransformierte. Sei $p_\Theta(s)$ eine Projektion von $f(x,y)$ und $P_\Theta(w)$ deren 1D-Fouriertransformierte. Dann beschreibt $P_\Theta(w)$ die Werte von $F(u,v)$ auf einem Radialstrahl zum Winkel Θ .



Beweis:

Nehmen wir an, dass $\Theta = 0$. Dann kann $p_0(s)$ als $p_0(x)$ geschrieben werden, und die Projektion wird definiert durch

$$p_0(s) = p_0(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy.$$

Die 1D-Fouriertransformierte von $p_0(x)$ lautet

$$P_0(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_0(x) e^{-j2\pi ux} dx.$$

Dies lässt sich umformen

$$P_0(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy \right] e^{-j2\pi ux} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) e^{-j \cdot 2\pi (ux + 0y)} dx dy = F(u, 0).$$

Die 1D-Fouriertransformierte einer Projektion zum Winkel $\Theta = 0$ ergibt also die Werte der 2D-Fouriertransformierten von $f(x,y)$ auf der u -Achse.

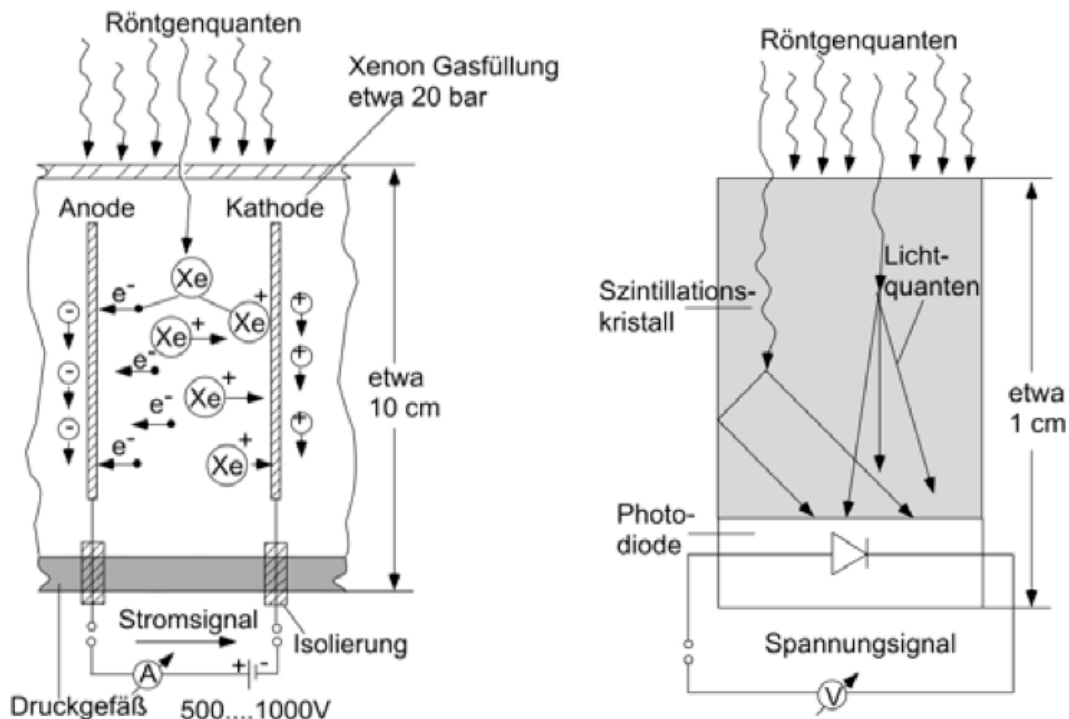
Betrachtet man die Projektion unter $\Theta \neq 0$, kann man das Koordinatensystem so drehen, dass die Projektion auf der x' -Achse durchgeführt wird. In diesem Koordinatensystem ergibt die Fouriertransformierte der Projektion die Werte auf der u' -Achse im Fourier-Raum $F(u,v)$. Das heisst, dass die Fouriertransformierte einer um einen Winkel Θ gedrehten Funktion $f(x,y)$ ebenfalls um genau den gleichen Winkel Θ gegenüber der Fouriertransformierten $F(u,v)$ verdreht ist. Damit ist das Fourier-Scheiben-Theorem bewiesen.

8. Zwei Typen von Röntgendetektoren werden in der CT überwiegend eingesetzt.

a) Skizzieren Sie die Detektoren. Was wird jeweils am Ausgang gemessen? (4 Punkte)

b) Nennen Sie 3 besonders wichtigen Eigenschaften von CT-Detektoren. (3 Punkte)

a) Zwei Typen der Röntgendetektoren:



b) 3 wichtigen Eigenschaften von CT-Detektoren:

- Kleine Abklingdauer des Signals;
- Großes Signal-Rausch Verhältnis;
- Hohe Wechselwirkungswahrscheinlichkeit, d.h. große DQE (Detective Quantum Efficiency).

9. Zählen Sie 4 Parameter eines CT-Systems (Hardware und Software) auf, durch die die MTF des Systems bestimmt wird. (4 Punkte)

1. **Detectorbreite** $\cdot \frac{\text{Abstand Detector} - \text{Patient}}{\text{Abstand Roehre} - \text{Detector}};$
2. **Focusbreite** $\cdot \frac{\text{Abstand Roehre} - \text{Patient}}{\text{Abstand Roehre} - \text{Detector}};$
3. Abstand der Detektore im Detektorarray;
4. Grenzfrequenz des Tiefpass-Filters.

10. Wie entstehen die Artefakte durch die Strahlaufhärtung? (2 Punkte)

Artefakte durch die Strahlaufhärtung entstehen durch die Abhängigkeit $\mu(E)$. Die Breite des Spektrums der Röntgenstrahlung ist relativ groß. Die Röntgenstrahlung mit der niedrigeren Energie wird stärker im Körper des Patienten absorbiert, deshalb spricht man von "Strahlaufhärtung". Es gilt deswegen i. allg. nicht, dass

$$\ln \frac{J_0}{J} = \bar{\mu}.$$

Das heisst, dass der mit CT ermittelte Wert ist nicht gleich dem Mittelwert des Schwächungskoeffizienten. Das ruft die Inkonsistenz der Projektionen aus unterschiedlichen Richtungen hervor.

Dies kann man nur vermeiden durch höhere Anodenspannungen.

11. Bei der CT wird oft die Hounsfield-Skala eingesetzt.

- a) Nach welcher Formel berechnet man Hounsfield-Werte aus den Schwächungskoeffizienten? (2 Punkte)
- b) In welchem Größenbereich liegen üblicherweise die Hounsfield-Werte für den menschlichen Körper (Lunge, Muskel, Knochen)? (3 Punkte)

a) Die Werte der Hounsfield-Skala werden nach der folgenden Formel berechnet:

$$CT - Zahl = \frac{\mu - \mu_{Wasser}}{\mu_{Wasser}} \cdot 1000[HU].$$

b) Nach der o.g. Formel hat Wasser (und Muskel) die CT-Zahl von 0, Luft (und Lungen) von -1000, Knochen haben eine CT-Zahl von ungefähr 3000.

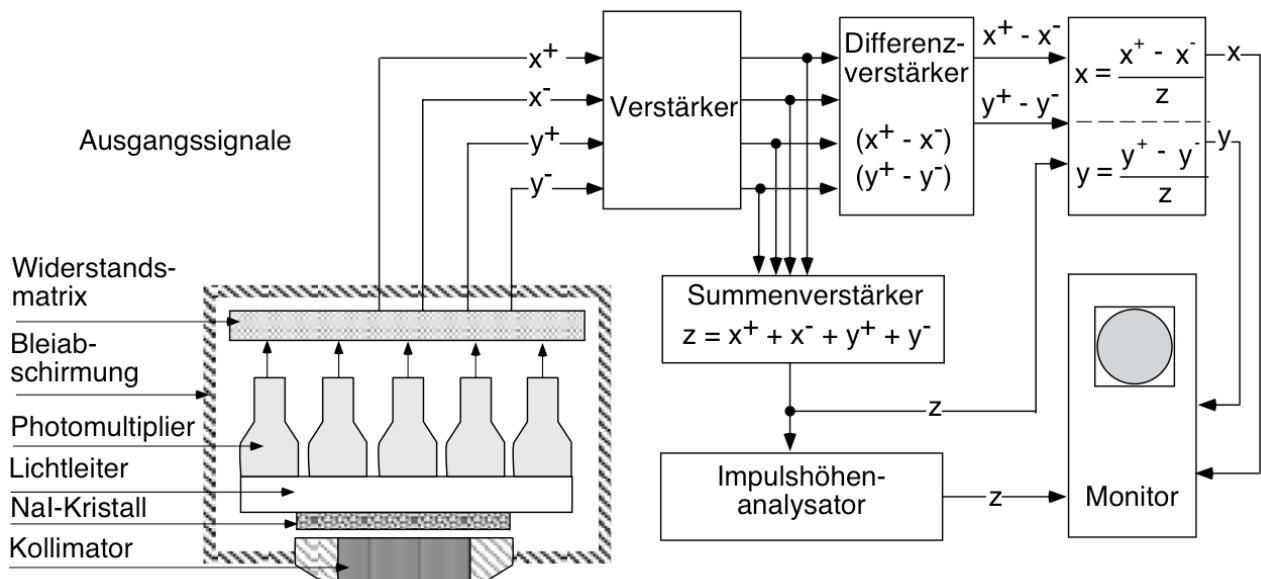
12. a) Skizzieren Sie eine Anger-Kamera (Gamma-Kamera) (mit Beschriftung).

(4 Punkte)

b) Wie wird der Einfallsort des Gamma-Quants ermittelt (qualitativ)? (2 Punkte)

c) Wie erreicht man einen energieaufgelösten Nachweis und warum braucht man eine energieaufgelöste Detektion? (2 Punkte)

a) Die Skizze einer Anger-Kamera:



b) Der Einfallsort des Gamma-Quants wird als der “Schwerpunkt” aus allen Photomultiplier-Signalen ermittelt.

c) Das Summensignal aller Photomultiplier ist ein Maß für die Energie des eingefallenen Gamma-Quants. Das Summensignal wird auf einen Impulshöhen-Analysator gegeben. Impulse, die eine vorgegebene Schwelle unterschreiten, werden nicht mitgezählt. Auf diese Art werden gestreute Gamma-Quanten unterdrückt. Diese Quanten kommen nicht aus dem Gebiet, in dem sich der Gamma-Strahler angereichert hat.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Gesamt
8	5	7	4	8	6	6	7	4	2	5	8	70